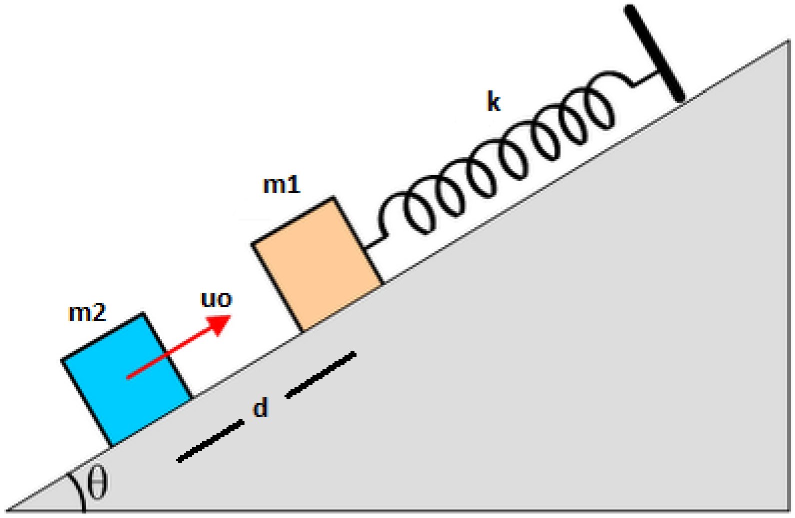
Λύση



α) Αρχικά θα βρούμε την ταχύτητα u_2 με την οποία το σώμα μάζας m_2 φτάνει στο σημείο της σύγκρουσης. Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ για το m_2 από το σημείο εκτόξευσης μέχρι το σημείο σύγκρουσης έχουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \Rightarrow \frac{1}{2}m_2 u_2^2 - \frac{1}{2}m_2 u_o^2 = -m_2 g ημθ.d \Rightarrow u_2 = \sqrt{u_o^2 - 2gημθ.d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_2 = \sqrt{4^2 - 20.\frac{1}{2}1{,}3}\frac{m}{s} \Rightarrow u_2 = \sqrt{3}\frac{m}{s}$$

β) Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο οπότε εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης της ορμής θα έχουμε:

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Rightarrow m_2 u_2 = (m_1 + m_2)u_k \Rightarrow u_k = \frac{m_2 u_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow u_k = \frac{2.\sqrt{3}}{2+2}\frac{m}{s} \Rightarrow u_k = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$$

γ) Για τη θέση ισορροπίας της μάζας m_1 ισχύει:

$$ΣF = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_x \Rightarrow kx_1 = m_1 g ημθ \Rightarrow x_1 = \frac{m_1 g ημθ}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{2.10.\frac{1}{2}}{100}m \Rightarrow x_1 = 0{,}1m$$

όπου x_1 είναι η απόσταση της ΘΙ από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Για τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος (η οποία είναι και η ΘΙ της αατ) θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_x \Rightarrow kx_2 = (m_1 + m_2)g\eta\mu\theta \Rightarrow x_2 = \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\theta}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{4.10.\frac{1}{2}}{100} m \Rightarrow x_2 = 0{,}2m$$

όπου x_2 είναι η απόσταση της νέας ΘΙ από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Τη χρονική στιγμή t = 0 που ξεκινά η αατ η απομάκρυνση είναι:

$x = x_2 - x_1 \Rightarrow x = 0{,}2m - 0{,}1m \Rightarrow x = 0{,}1m$

Ισχύει ότι:

$$\omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{100}{2+2}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου θα έχει τη μορφή:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ (1)

Το πλάτος Α θα υπολογιστεί εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ:

$$K + U = E \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u_k^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \frac{(m_1 + m_2)u_k^2}{k}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{0{,}1^2 + \frac{4.\sqrt{3}^2}{100.4}}m \Rightarrow A = \sqrt{0{,}01 + 0{,}03}m \Rightarrow A = \sqrt{0{,}04}m \Rightarrow A = 0{,}2m$$

Για t = 0 έχουμε x = 0,1m με u > 0 άρα:

$$0{,}1 = 0{,}2\eta\mu(5.0 + \phi_o) \Rightarrow \eta\mu\phi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu\phi_o = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \phi_o = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \acute{\eta}\, \phi_o = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}$$

Αφού u > 0 => συνφ_o > 0 => φ_o = π/6 rad

Τελικά η συνάρτηση απομάκρυνση – χρόνος για την αατ είναι:

$$x = 0{,}2\eta\mu(5t + \frac{\pi}{6})(SI)$$

δ) Τη χρονική στιγμή t_1 που ο ταλαντωτής θα σταματήσει για πρώτη φορά μετά την κρούση θα ισχύει ότι x = +A => x = 0,2m

$$0{,}2 = 0{,}2\eta\mu(5t_1 + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \eta\mu(5\mathrm{t}_1 + \frac{\pi}{6}) = 1 = \eta\mu\frac{\pi}{2} \Rightarrow 5\mathrm{t}_1 + \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\mathrm{t}_1 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \mathrm{t}_1 = \frac{2\kappa\pi}{5} + \frac{\pi}{15}$$

Άρα ο ταλαντωτής θα σταματήσει για πρώτη φορά μετά την κρούση τη χρονική στιγμή t_1 = π/15 s

ε) Την παραπάνω χρονική στιγμή θα ισχύει:

$$\frac{dP}{dt} = \Sigma F = -kx = -kA \Rightarrow \frac{dP}{dt} = -100.0,2\frac{Kg.m}{s^2} = -20\frac{Kg.m}{s^2}$$

στ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} = \frac{\Sigma F.dx}{dt} = \Sigma F.u \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -kxu_k \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -100.0,1.\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{J}{s} = -5\sqrt{3}\frac{J}{s}$$

Ψαρουδάκης Μανώλης, Φυσικός